

→ Il inclut :

- modèle des quarks
- théorie électrofaible
- QCD ($\alpha \ll 1$ et $q^2 \gg 1$)
- mécanisme BEH

Les théories qui décrivent ces interactions sont construites sur la QFT, avec des lagrangiens invariant sous :

- transfo de Lorentz
- transfo de jauge locales
- V transfo correspondant à une loi de conservation observée expérimentalement.

[4] INTERACTIONS FAIBLES

4.1 Introduction

→ Pour la QED, le terme d'interaction de Lagrangien était :

$$\mathcal{L}_I = -q \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu = -q j^\mu A_\mu$$

où $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$ et où $j^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi$ est le courant fermionique

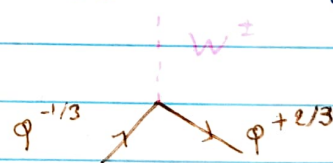
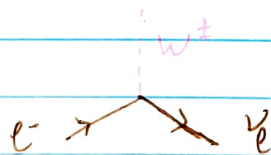
→ Pour la QCD, ce sera la même forme car $m(g)=0$, $Q_e(g)=0$ et $\hat{S}(g)=1$

→ La situation est très différente pour l'If à CC (If à courant chargé)

→ le boson intermédiaire $W^\pm$ est très massif ($\sim 80 \text{ GeV}$)

→ couple de fermions de charge différente

→ violation de la parité et de la conjugaison de charge



4.2 Opérateur parité qui agit sur les spineurs

→ Pour déduire l'opérateur parité P pour les spineurs, on démontre de :

$$\psi' = P\psi \quad \text{et} \quad \psi = P\psi' \quad (\text{ou a bien } P^2\psi = \psi)$$

→ ψ doit être solution de l'éq. de Dirac pour une particule libre :

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - m]\psi = 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad i\gamma^1 \partial_x \psi + i\gamma^2 \partial_y \psi + i\gamma^3 \partial_z \psi - m\psi = -i\gamma^0 \partial_t \psi$$

$$\text{Rappel: } \gamma^\mu \partial_\mu = \sum_\mu \gamma^\mu \partial_\mu = +\gamma^0 \partial_0 + \gamma^1 \partial_1 + \gamma^2 \partial_2 + \gamma^3 \partial_3$$

$$i\gamma^0 \partial_x \psi + i\gamma^1 \partial_y \psi + i\gamma^2 \partial_z \psi - m\psi = -i\gamma^0 \partial_x \psi$$

On remplace $\psi \rightarrow P\psi'$, γ^0 et $x^0 \rightarrow -x^0$:

$$-i\gamma^0 \gamma^0 P \partial_x \psi' - i\gamma^0 \gamma^1 P \partial_y \psi' - i\gamma^0 \gamma^2 P \partial_z \psi' - m \gamma^0 P \psi' = -i\gamma^0 \gamma^0 P \partial_x \psi'$$

Or, $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu} \cdot \mathbb{I} \leadsto \gamma_i \gamma_j = -\gamma_j \gamma_i \quad i \neq j$

$$\Rightarrow i\gamma^0 \gamma^0 P \partial_x \psi' + i\gamma^0 \gamma^1 P \partial_y \psi' + i\gamma^0 \gamma^2 P \partial_z \psi' - m \gamma^0 P \psi' = -i\gamma^0 \gamma^0 P \partial_x \psi'$$

Or, ψ' doit satisfaire l'éq. de Dirac:

$$i\gamma^0 \partial_x \psi' + i\gamma^1 \partial_y \psi' + i\gamma^2 \partial_z \psi' - m \psi' = -i\gamma^0 \partial_x \psi'$$

En identifiant les termes, on voit que $\gamma^0 P \propto \mathbb{I}$, puisque $P^2 = \mathbb{I}$, on a: $P = \pm \gamma^0$. On définit (choix de signe arbitraire) alors

DEF L'opérateur parité pour les spineurs $P = +\gamma^0$

↳ On attribue alors une parité intrinsèque $+1$ aux particules de spin $1/2$ et -1 aux antiparticules.

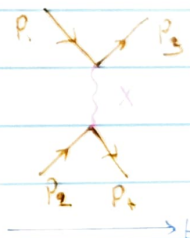
4.3 Conservation de la parité dans QED et QCD

→ Soit l'interaction $1+2 \rightarrow 3+4$. L'amplitude est donnée par $\mathcal{M} = \frac{g_1 g_2}{q^2 - m_X^2}$ où $g_{1,2}$ est l'amplitude du vertex $1,2$.

et où q est le transfert d'impulsion.

$$\hookrightarrow g_1 = \mathcal{M}_{1 \rightarrow 3} = \langle \psi_3 | V | \psi_1 \rangle$$

$$\hookrightarrow g_2 = \mathcal{M}_{2 \rightarrow 4} = \langle \psi_4 | V | \psi_2 \rangle$$



① Cas de QED:

→ Considérons $e^- + q \rightarrow e^- + q$

→ On a $m_q = 0$

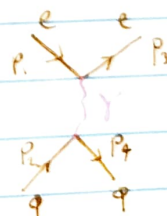
→ À partir du Lagrangien, on peut montrer que:

$$V_i = Q_i \gamma^\mu A_\mu = e \gamma^\mu A_\mu \quad V_e = Q_e \gamma^\mu A_\mu = Q_e e \gamma^\mu A_\mu$$

avec Q_q le # de charge du quark

↳ On considère $\psi(p, x, t) = u(p) e^{-i\vec{p}\vec{x}}$. Alors

$$\mathcal{M} = \frac{Q_e e^2}{q^2} \cdot \bar{u}(p_3) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(p_4) \gamma^\mu u(p_2) = \frac{Q_e e^2}{q^2} j_e^\mu j_q^\mu$$



→ Transformation des courants sous P:
 $u \xrightarrow{P} \gamma^0 u$ et $\bar{u} \xrightarrow{P} \bar{u} \gamma^0$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\gamma^0)^2 = \mathbb{1}_4$$

$$j_e^\mu = \overline{u(p_3)} \gamma^\mu u(p_1) \xrightarrow{P} \overline{u(p_3)} \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 u(p_1) = \overline{u(p_3)} \gamma^\mu u(p_1) = j_e^\mu$$

$$\text{si } \mu = k: \overline{u(p_3)} \gamma^0 \gamma^k \gamma^0 u(p_1) = -\overline{u(p_3)} \gamma^k u(p_1) = -j_e^k$$

$$\text{Donc } j_e j_q = j_e^0 j_q^0 - j_e^k j_q^k \xrightarrow{P} j_e^0 j_q^0 - (-j_e^k)(-j_q^k) = j_e j_q$$

↳ L'élément de matrice relatif à l'interaction QED étant invariant pour la parité, son lagrangien et hamiltonien aussi
 → Idem pour QCD.

4.4 Conséquences de la violation de P dans les II

→ Pour les II, il faut ajouter un terme aux courants fermioniques pour rendre compte de la violation de la parité.
 → Il faut que $\mathcal{M}$ soit invariant de Lorentz. Seules 5 combinaisons de spineurs et de γ^μ le permettent:

DEF On définit la matrice $\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$

→ Scalair	$\bar{\Psi}\phi$	} Spin 1	S
→ Pseudoscalair	$\bar{\Psi}\gamma^5\phi$		P
→ Vecteur	$\bar{\Psi}\gamma^\mu\phi$		V
→ Vecteur axial	$\bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\phi$		A
→ Tenseur	$\bar{\Psi}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)\phi$		T

→ On veut se limiter à l'échange d'un boson de spin 1, seul V et A peuvent contribuer. La forme générale est donnée par:

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu}$$

$$j^\mu \propto \overline{u(p)} (g_V \gamma^\mu + g_A \gamma^\mu \gamma^5) u(p) = g_V j_V^\mu + g_A j_A^\mu$$

↳ Comment se transforment ces nouveaux courant sous P?

$$j_V^0 \xrightarrow{P} j_V^0 \text{ et } j_V^k \xrightarrow{P} -j_V^k$$

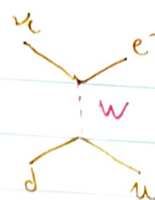
$$j_A^0 \xrightarrow{P} -j_A^0 \text{ et } j_A^k \xrightarrow{P} j_A^k$$

$$(j_V^0, j_V^k) \xrightarrow{P} (j_V^0, -j_V^k) \text{ et } (j_A^0, j_A^k) \xrightarrow{P} (-j_A^0, j_A^k)$$

→ Prenons l'exemple suivant: $d + \nu_e \rightarrow u + e^-$

$$\hookrightarrow j_{\nu_e}^\mu = g_V j_{\nu_e}^\mu + g_A j_{\nu_e}^\mu$$

$$\hookrightarrow j_{du}^\mu = g_V j_{du}^\mu + g_A j_{du}^\mu$$



$$\rightarrow M \propto j_{\nu_e} \cdot j_{du} = \underbrace{g_V^2 j_{\nu_e}^\mu j_{du}^\mu}_{\text{invariant de P}} + \underbrace{g_A^2 j_{\nu_e}^\mu j_{du}^\mu}_{\text{change de signe sous P}} + g_V g_A (j_{\nu_e}^\mu j_{du}^\mu + j_{\nu_e}^\mu j_{du}^\mu)$$

→ La force relative du terme violant la parité est $\frac{g_V g_A}{g_V^2 + g_A^2}$

→ Pour avoir violation de la parité, il faut $g_A \neq 0$ et $g_V \neq 0$

→ La violation est max lorsque $|g_A| = |g_V|$: $V-A$ ou $V+A$ pur

→ L'expérience montre que l'If à CC est $V-A$ pure, de courant $j^\mu = \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \bar{u}(p') \gamma^\mu (1-\gamma^5) u(p)$

4.5 Évidence expérimentale de la structure $V-A$

⊙ La désintégration du pion chargé:

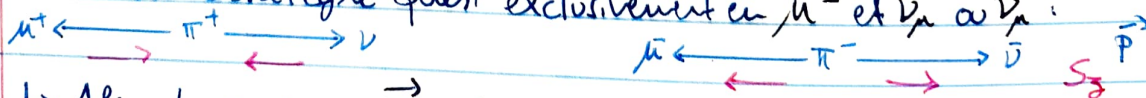
→ Si l'If était une interaction scalaire ou pseudo scalaire, on aurait

$$\frac{\Gamma(\pi \rightarrow e \nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \nu)} = \frac{(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 5,5$$

Or, la valeur mesurée est $\frac{\Gamma(e \nu)}{\Gamma(\mu \nu)} = (1,230 \pm 0,004) \cdot 10^{-4}$

→ Interaction scalaire ou pseudo scalaire totalement exclue.

→ Le $\pi^\pm$ se désintègre quasi exclusivement en $\mu^\pm$ et ν_μ ou $\bar{\nu}_\mu$:



→ Afin de conserver $\vec{J}$, les J_z du μ et du ν doivent être opposés. Ils ont donc la même hélicité. Or, le ν n'existe qu'en état d'hélicité -1 , ce qui explique pourquoi la désintégration $\pi \rightarrow e \nu$ est très supprimée.

↳ En effet, si on avait $m(e^-) = 0$, il aurait comme le ν une hélicité -1 , et ne pourrait pas être émis dans la désintégration du π^- qui réclame un e^- d'hélicité $+1$, comme celle du $\bar{\nu}_e$.

La masse de l' e^- est non nulle mais petite.

↳ Dans l'hypothèse d'une If V-A, est prédit :

$$\frac{\Gamma(\pi \rightarrow e \nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \nu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1,283 \cdot 10^{-4}$$

↳ Cette proba est $\propto 1 - \rho \sim \frac{m^2}{2E} = \frac{m_\mu/c}{2m_\pi^2}$ ^{facteur d'espace des phases}

→ Ce résultat peut se généraliser à tout les fermions : quand ceux-ci approchent d'une désintégration à CC (courant chargé), ils sont émis avec une hélicité gauche.

⊙ En général :

→ La distribution angulaire des produits d'une désintégration faible s'explique comme une combinaison linéaire des 5 contributions possibles : S, P, V, A, T.

⊙ Expérience TWIST (2011) :

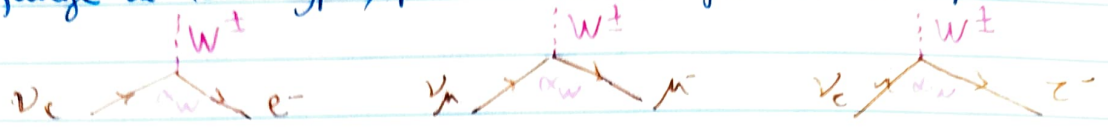
→ Production de μ^+ polarisés produit par la désintégration de π^+ , dont on étudie la distribution angulaire.

→ Les paramètres de Michel décrivent l'espace des phases, et sont prédit par le MS.

Par exemple, pour une interaction V-A pure, $\rho = 0,75$. Valeur mesurée par TWIST : $\rho = 0,94997 \pm 0,00026$.

4.6 Universalité leptonique

DEF L'universalité leptonique désigne la propriété que la constante de couplage est la même entre un lepton et un boson de jauge de tout type, pour toutes les familles de leptons :



→ A basse énergie, l'approximation de Fermi d'une interaction ponctuelle est valable → l'amplitude de transition $\propto G_F$. On peut montrer que

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) \equiv \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^e G_F^\mu m_\mu^5}{192 \pi^3}$$

pour le tau: $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = \frac{G_F^e G_F^\tau m_\tau^5}{192 \pi^3}$ m_τ très élevée

La masse élevée du τ permet d'autres canaux de désintégration :

$$\frac{1}{\tau_\tau} \equiv \Gamma_{tot} = \sum_i \Gamma_i \rightsquigarrow \Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = \Gamma_{tot} \cdot Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$$

On obtient: $\frac{G_F^e}{G_F^\mu} = \frac{m_\mu^5}{m_\tau^5} \cdot \frac{\tau_\mu}{\tau_\tau} \cdot Br(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$

On mesure $G_F^e/G_F^\mu = 1,0023 \pm 0,0033$

$$G_F^e/G_F^\mu = 1,000 \pm 0,004$$

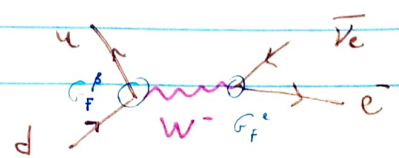
On trouve bien $\alpha_W^e = \alpha_W^\mu = \alpha_W^\tau \equiv \alpha_W$

4.7 Constante de couplage faible des quarks et angle de Cabibbo

→ On vient de voir que α_W est identique $\forall$ leptons. Et pour les quarks ?

① Etude des désintégrations β : $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$

→ $|M|^2 \propto G_F^e G_F^q$ où G_F^q est la constante de couplage faible au vertex des quarks.



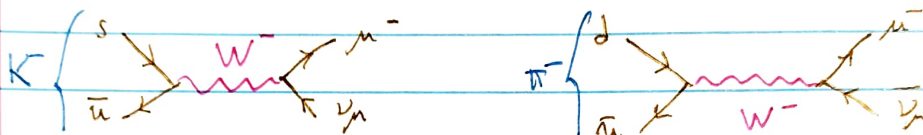
→ La mesure de Γ pour une désintégration β , comparée à $\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu)$ conduit à : $\frac{G_F^{\beta}}{G_F} = 105\%$

↳ Est-ce que $\alpha_W^q < \alpha_W^l$? (non)

① Changement de famille pour les quarks :

→ Pour les leptons, la conservation séparée des # leptonique L_e, μ, τ interdit les changements de famille.

→ Pour les quarks, $\exists$ des changements de familles :



↳ Mais la constante de couplage impliquant un changement de famille (ex: $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$) est 20 fois plus faible que celle sans changement (ex: $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$)

② Postulat de Cabibbo :

→ Cabibbo postule que $\alpha_W^q \stackrel{!}{=} \alpha_W^l$. Pour cela, il fait l'hypothèse que les états de masse d et s sont $\neq$ des états propres de l'If d' et s' .

DEF L'angle de Cabibbo θ_c est tel que :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

↳ Les W couplent aux états obtenus après la rotation de Cabibbo :

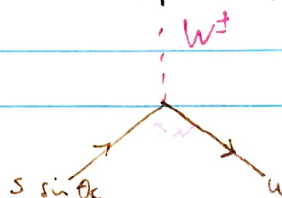
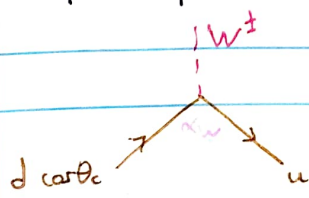
$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ \cos \theta_c \cdot d + \sin \theta_c \cdot s \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -\sin \theta_c \cdot d + \cos \theta_c \cdot s \end{pmatrix}$$

$\mathcal{M} \propto g_W \cos \theta_c$ pour la désintégration β et $\mathcal{M} \propto g_W \sin \theta_c$ pour la K

$$G_F^{\beta} \mapsto G_F \cos^2 \theta_c$$

$$G_F^K \mapsto G_F \sin^2 \theta_c$$

on trouve
 $\theta_c \approx 13^\circ$



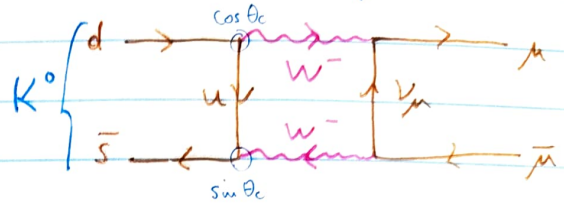
4.8 La nécessité d'un 4^e quark : le charme

→ L'hypothèse de Cabibbo ne résout pas le problème suivant :
 $\text{Br}(K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \sim 10^{-9} \ll \text{estimations}$

↳ Calcul basé sur le seul diagramme possible à l'époque :

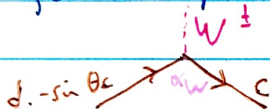
→ diagramme d'ordre > 1

→ $\mathcal{M}_u \propto g_w^4 \cos \theta_c \sin \theta_c$



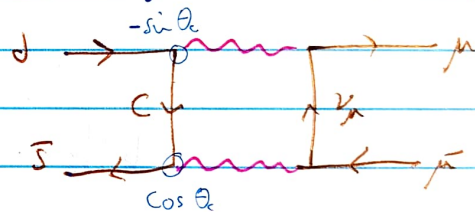
① Mécanisme de GIM: (1970)

→ Glashow, Iliopoulos et Maiani font l'hypothèse qu'il existe un 4^e quark c , couplé au s' , avec $s' = -\sin \theta_c d + \cos \theta_c s$



↳ On peut alors construire un 2^e diagramme où le c remplace le u .

$\mathcal{M}_c \propto -g_w^4 \cos \theta_c \sin \theta_c$



↳ $|\mathcal{M}_{\text{tot}}|^2 = |\mathcal{M}_u + \mathcal{M}_c|^2 \approx 0$

→ L'annulation n'est pas totale car $|m(c) - m(u)| \neq 0$

→ Le quark c a été découvert un peu plus tard (1974) par l'intermédiaire du J/ψ .

4.9 La matrice CKM

① Paramètres libres d'une matrice $n \times n$ unitaire

→ $2n^2$ paramètres, mais $U^\dagger U = \mathbb{1} \rightarrow$ seulement n^2

→ $2n-1$ de ces paramètres sont absorbés par des phases

↳ On a $n^2 - 2n - 1 = (n-1)^2$ paramètres libres.

③ 3^e génération de quarks:

→ La 3^e génération de quarks $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$ découverte, le mécanisme de GIM a été extrapolé en 3 dimensions par Cabibbo, Kobayashi et Maskawa:

DEF La matrice unitaire CKM est la matrice qui contient les info sur la proba de changement de saveur d'un quark las d'un W .
Soit (d, s, b) les états propres de masse et (d', s', b') les état propre de saveurs. Alors:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

→ Le courant chargé faible pour les vertex leptoniques était:

$$j_\ell^\mu = \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \bar{u}(p') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(p)$$

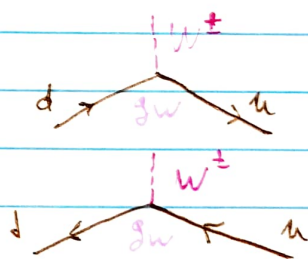
Pour les vertex impliquant des quarks, il devient:

$$j_q^\mu = \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} (\bar{u} \ c \ E) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (V) \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

→ Par exemple:

$$j_{du}^\mu = \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} V_{ud} \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d$$

$$j_{du}^\mu = \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} V_{ud}^* \bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u$$



Règle: Lorsque le quark de charge $-1/3$ participe au courant en tant que:

- spineur, c'est V_{ij} qui intervient
- spineur adjoint, c'est V_{ij}^* qui intervient

④ Paramétrisation de la matrice CKM:

→ Si $V \in \text{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R})$, on la paramétrise avec les angles d'Euler:

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & S_{23} \\ 0 & -S_{23} & C_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_{13} & 0 & S_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_{13} & 0 & C_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

↓
généralisation de θ_c

→ Si $V \in \text{Mat}(3 \times 3, \mathbb{C})$ (nécessaire pour permettre la violation de CP), on introduit 9 phases. On peut montrer qu'elles ne sont pas indépendantes: il suffit d'un seul facteur complexe avec une phase δ :

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{13} & s_{13} \\ 0 & -s_{13} & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & 0 & e^{i\delta} s_{12} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta} s_{12} & 0 & c_{12} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

⊙ Mesure des $|V_{ij}|$:

→ On ne prédit pas les V_{ij} , on les mesure

→ Principe: on mesure le taux de réaction avec un vertex leptonique et un vertex avec la transition de quark souhaitée.

↳ Si on impose l'unitarité: $\sum_{j=1}^3 |V_{ij}|^2 = 1$, on obtient

$$V \simeq \begin{pmatrix} 0,97 & 0,22 & 0,00 \\ 0,22 & 0,97 & 0,04 \\ 0,01 & 0,04 & 1,01 \end{pmatrix}$$

→ On remarque la hiérarchie: $|V_{ub}| \ll |V_{cb}| \ll |V_{us}| \ll |V_{ud}|$

$$\hookrightarrow \theta_{12} \simeq 13^\circ \quad \theta_{23} \simeq 2,3^\circ \quad \theta_{13} \simeq 0,2^\circ$$

⊙ Paramétrisation de Wolfenstein:

→ Exprime la matrice CKM en fonction de 4 paramètres:

$\lambda = \sin \theta_c = V_{us}$, $A = V_{cb} / \lambda^2$, ρ et η . On a:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

→ La violation de CP implique $\eta \neq 0$. Mais les expériences mesurent fis $|V_{ij}|^2$

↳ Il faut des mesures sensibles à l'amplitude des transitions plutôt qu'à son module.

4.10 Le triangle d'unitarité

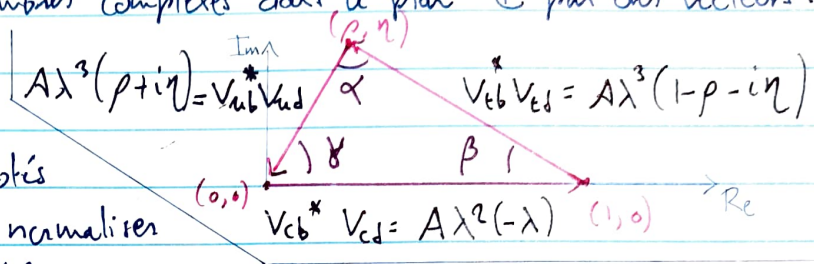
- Permet d'interpréter les mesures faites pour mettre en évidence la violation de CP.

⊙ Contraintes dues à l'unitarité de la matrice CKM:

$$\rightarrow V^\dagger V = \mathbb{1} \Rightarrow V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$$

↳ seule relation du 1^{er} ordre en λ

- Représentons ces 3 nombres complexes dans le plan $\mathbb{C}$ par des vecteurs:



- ↳ On divise tout les côtés par $V_{cb}^* V_{cd}$ pour normaliser le côté sur l'axe réel.

→ Les sommets sont alors $(0,0)$, $(1,0)$ et (p,η) .

↳ Si la phase complexe est nulle:

$$\eta = 0 \Rightarrow \text{l'aire du triangle est nulle: } \beta = \gamma = 0$$

- Il est possible d'exprimer les angles β et γ en fct des éléments de la matrice CKM:

$$\beta = \pi - \arg \left[\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cb}^* V_{cd}} \right] = \pi + \arg [V_{cb}^* V_{cd}] - \arg [V_{tb}^* V_{td}] = 2\pi - \arg [V_{td}]$$

↳ La mesure de β conduit à l'argument de V_{td} et donc à sa phase complexe.